

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №9»

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
(общеразвивающая) ПРОГРАММА
платных дополнительных образовательных услуг

Физико-математической направленности

Сообщество друзей математики
(9 класс)

Уровень программы: углубленный для 9-х
классов

Вид программы: типовая

Возраст детей: от 14 до 15 лет

Срок реализации: 01.09.2025 - 29.05.2026г.
(72 часа)

Разработчик:
учитель математики

г. Батайск
2025 г

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА | 3 |
| II. УЧЕБНЫЙ ПЛАН. КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК | 6 |
| 2.1 Учебный план..... | 6 |
| 2.2 Календарный учебный график | 7 |
| III. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ | 9 |
| 3.1 Условия реализации программы | 9 |
| 3.2 Формы контроля и аттестации | 9 |
| 3.3 Планируемые результаты | 9 |
| IV. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 14 |
| V. Диагностический инструментарий..... | 16 |
| VI. Приложения..... | 20 |

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1. Актуальность программы

Математика (геометрия) – одна из жизненно необходимых наук. Многим учащимся знания по геометрии необходимы для будущей профессии. Поэтому они выбирают дополнительные образовательные курсы по геометрии, основной функцией которых является формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как универсальном языке науки; развитие творческих способностей у школьников, осознанных мотивов учения, подготовка к итоговой аттестации, продолжению образования и сознательному выбору профессии. На занятиях обучающиеся решают задачи продвинутого и повышенного уровня сложности, за счёт их многообразия содержания и способов решения.

2. Отличительные особенности программы, новизна

Данная программа «Сообщество друзей математики» 9 класс направлена на углубление знаний по такому разделу геометрии как планиметрия, на организацию системной и продуманной подготовки к сдаче государственной итоговой аттестации по математике за курс основной школы.

3. Цель программы:

Создание условий для формирования у учащихся умения решения геометрических задач (по планиметрии) продвинутого уровня сложности.

4. Задачи программы:

обучающие:

- обобщить и систематизировать знания учащихся по основным разделам планиметрии;
- познакомить учащихся с новыми методами и приемами решения планиметрических задач;

развивающие:

- развитие интеллектуальных и творческих способностей учащихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;
- развить умение применять знания на практике, в новой ситуации, приводить аргументированное решение, анализировать условие задачи и выбирать наиболее рациональный способ ее решения;

воспитательные:

- воспитывать гражданскую позицию обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;
- воспитание российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы,

использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

- эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;
- воспитание умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
- готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;
- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

5. Характеристика программы

Данная программа связана с систематизацией знаний по геометрии базового курса, расширяет его, и так же готовит к сдаче единого государственного экзамена.

Она знакомит учащихся с методами решения геометрических задач, классифицируя основные способы решения геометрических задач, как дополнительное построение, алгебраический метод, метод подобия и др...

Объем и срок освоения программы

Данный курс рассчитан на 72 часа.

Сроки реализации с 01.09.2025г. по 29.05.2026г.

Режим занятий суббота 09.00-10.30

Структура курса

Курс рассчитан на 72 часа. Программа состоит из 5 тем, связанных общей идеей. Включенный в программу материал предполагает углубление следующих разделов геометрии:

1. Треугольники, четырёхугольники и их свойства.
2. Подобие треугольников.
3. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.
4. Вписанные и описанные окружности.
5. Площадь.

По программе учащиеся научатся :

- правильно анализировать условие задачи;
- выполнять грамотный чертеж к задаче;
- выбирать наиболее рациональный метод решения;
- в сложных задачах использовать вспомогательные задачи;
- логически обосновывать собственное мнение;
- использовать символический язык для записи решений задач.

Тип занятий

Основной тип занятий комбинированный урок. Каждая тема курса начинается с постановки задач и определения каждым учеником уровня освоения темы на данный момент времени. Теоретический материал излагается в форме мини лекции с элементами мозгового штурма. В результате чего составляются конспект и составляются краткие схемы. После систематизации и обобщения теоретического материала выполняются практические задания по данной теме из открытого банка задач и методических пособий. Учащиеся, решая данные задачи самостоятельно или в группе, определяют проблемные, и по ним учитель осуществляет коллективные или индивидуальные консультации.

На итоговых занятиях учащиеся представляют свои работы по решению задач, индивидуально выбранных.

Формы проведения занятий – это уроки, которые включают в себя лекции, практические работы, тренинги по использованию методов поиска решений, уроков-исследований, зачеты и консультации.

Форма обучения: индивидуальная, групповая

Адресат программы учащиеся 9 класса

Наполняемость группы 10-15 человек.

II. УЧЕБНЫЙ ПЛАН. КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

2.1 Учебный план

| № п/п | | Количество часов | | | Форма контроля, аттестации |
|-----------------------------|---|------------------|-----------|-----------|----------------------------|
| | | Теория | Практика | Всего | |
| 1. Раздел 1 / Модуль | | | | | |
| 1.1 | Треугольники, четырёхугольник и их свойства. | 8 | 14 | 22 | практикум |
| 1.2 | Подобие треугольников. | 6 | 8 | 14 | практикум |
| 1.3 | Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. | 4 | 12 | 16 | Зачет |
| 2. Раздел 2 / Модуль | | | | | |
| 2.1 | Вписанные и описанные окружности. | 2 | 4 | 6 | практикум |
| 2.2 | Площадь. | 2 | 4 | 6 | практикум |
| 2.3 | Разные задачи | | 8 | 8 | Зачет |
| Итого: | | 22 | 50 | 72 | |

Содержание учебного плана

Треугольники, четырёхугольники и их свойства. Виды треугольников и четырехугольников, их свойства и признаки. Признаки равенства треугольников.

Свойства медиан, биссектрис и высот. Теорема синусов и теорема косинусов.

Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников, лемма о подобных треугольниках, свойство периметров подобных треугольников, свойство медиан треугольника, свойство биссектрисы треугольника, свойство пересекающихся хорд, свойство касательной и секущей.

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Нахождение длины высоты, проведённой к гипотенузе, длины катета, через его проекцию на гипотенузу. Нахождение элементов прямоугольного треугольника через метрические соотношения синуса, косинуса, тангенса острого угла прямоугольного треугольника.

Вписанные и описанные окружности. Свойства вписанных и описанных четырёхугольников и треугольников.

Площадь. Нахождение площади треугольников и четырёхугольников. Теорема о площадях подобных треугольников. Теорема о площадях треугольников содержащих равный угол. Метод площадей.

2.2 Календарный учебный график

Календарный учебный график

Сообщество друзей математики (9 класс)

(наименование программы)

| № п/п | Тема занятия | Количество часов | | Содержание учебного материала | Дата проведения |
|-------|--|------------------|----------|--|-----------------|
| | | Теория | Практич. | | |
| 1 | <i>Вводно-ознакомительный урок</i> | 1 | | Техника безопасности. Решение геометрической задачи: удача, искусство или мастерство. | |
| | <i>Треугольники, четырёхугольники и их свойства.</i> | | | Виды треугольников, их виды и свойства. Медиана, биссектриса, высота и их свойства. | |
| 2-5 | Треугольники | 1 | 3 | Средняя линия треугольника. Признаки равенства треугольников. | |
| 6-7 | Признаки равенства треугольников | 1 | 1 | Теорема синусов и теорема косинусов. | |
| 8-9 | Медиана, биссектриса и высота треугольника | 1 | 1 | Виды четырехугольников, их свойства и признаки. | |
| 10-15 | Четырёхугольники | 2 | 4 | Средняя линия трапеции. Биссектрисы в параллелограмме и трапеции. | |
| 16-21 | Теорема синусов и теорема косинусов | 1 | 5 | | |
| | Подобие треугольников. | | | Признаки подобия треугольников, лемма о | |

| № п/п | Тема занятия | Колли- чество часов | | Содержание учебного материала | Дата проведения |
|-----------|---|---------------------------|----------|--|---|
| | | Теория | Практич. | | |
| 22- 25 | Признаки подобия треугольников | 2 | 2 | подобных треугольниках, свойство периметров подобных треугольников, свойство медиан треугольника, свойство биссектрисы треугольника, свойство пересекающихся хорд, свойство касательной и секущей. | |
| 26, 27 | Лемма о подобных треугольниках | 1 | 1 | | |
| 28- 31 | Свойство медиан и биссектрисы треугольника | 2 | 2 | | |
| 32- 35 | Свойство пересекающихся хорд и свойство касательной и секущей | 1 | 3 | | |
| 36- 43 | Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора. | 2 | 6 | | Нахождение длины высоты, проведённой к гипотенузе, длины катета, через его проекцию на гипотенузу. Нахождение элементов прямоугольного |
| 44- 47 | Высота в прямоугольном треугольнике | 1 | 3 | треугольника через метрические соотношения синуса, косинуса, тангенса острого угла | |
| 48- 51 | $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ острого угла в прямоугольном треугольнике | 1 | 3 | прямоугольного треугольника. | |
| 52- 57 | Вписанные и описанные окружности. | 2 | 4 | Свойства вписанных и описанных четырёхугольников и треугольников. | |

| № п/п | Тема занятия | Колли- чество часов | | Содержание учебного материала | Дата проведения |
|-----------|---------------|---------------------------|----------|--|-----------------|
| | | Теория | Практич. | | |
| 58- 63 | Площадь. | 2 | 4 | Нахождение площади треугольников и четырёхугольников. Теорема о площадях подобных треугольников. Теорема о площадях треугольников содержащих равный угол. Метод площадей. Теорема о площадях треугольников, образованных медианой треугольника | |
| 64- 72 | Решение задач | | 8 | | |

III. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

3.1 Условия реализации программы

Материально-техническое оснащение Компьютер, ноутбук, интерактивная доска, классная доска, парты, стулья, карточки с заданиями, дополнительная литература.

Кадровое обеспечение: учитель математики высшей квалификационной категории.

3.2 Формы контроля и аттестации

Практикумы, тесты, зачеты.

3.3 Планируемые результаты

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного курса характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и

собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Проводить вычисления и находить числовые и буквенные значения углов в геометрических задачах с использованием суммы углов треугольников и многоугольников, свойств углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей. Решать практические задачи на нахождение углов.

Владеть понятием геометрического места точек. Уметь определять биссектрису угла и серединный перпендикуляр к отрезку как геометрические места точек.

Владеть понятием касательной к окружности, пользоваться теоремой о перпендикулярности касательной и радиуса, проведённого к точке касания.

Владеть понятием средней линии треугольника и трапеции, применять их свойства при решении геометрических задач. Пользоваться теоремой Фалеса и теоремой о пропорциональных отрезках, применять их для решения практических задач.

Пользоваться теоремой Пифагора для решения геометрических и практических задач. Строить математическую модель в практических задачах, самостоятельно делать чертёж и находить соответствующие длины.

Владеть понятиями синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Пользоваться этими понятиями для решения практических задач.

Вычислять (различными способами) площадь треугольника и площади многоугольных фигур (пользуясь, где необходимо, калькулятором). Применять полученные умения в практических задачах.

Владеть понятиями вписанного и центрального угла, использовать теоремы о вписанных углах, углах между хордами (секущими) и угле между касательной и хордой при решении геометрических задач.

Владеть понятием описанного четырёхугольника, применять свойства описанного четырёхугольника при решении задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с

применением подобия и тригонометрии (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

Знать тригонометрические функции острых углов, находить с их помощью различные элементы прямоугольного треугольника («решение прямоугольных треугольников»). Находить (с помощью калькулятора) длины и углы для нетабличных значений.

Владеть понятиями преобразования подобия, соответственных элементов подобных фигур. Пользоваться свойствами подобия произвольных фигур, уметь вычислять длины и находить углы у подобных фигур. Применять свойства подобия в практических задачах. Уметь приводить примеры подобных фигур в окружающем мире.

Пользоваться теоремами о произведении отрезков хорд, о произведении отрезков секущих, о квадрате касательной.

Пользоваться методом координат на плоскости, применять его в решении геометрических и практических задач.

IV. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

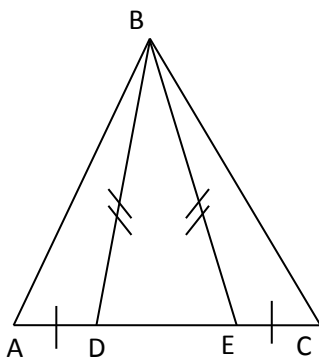
| Наименование объектов и средств материально-технического обеспечения | Примечания |
|---|---|
| Учебные пособия | |
| <p>1. ОГЭ. Математика : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов / под ред. И. В. Яценко. — М. : Издательство «Национальное образование». 2017. — 224 с. — (ОГЭ. ФИПИ — школе).</p> <p>2. ОГЭ (ГИА-9): 3000 задач с ответами по математике. Все задания части 1/И. В. Яценко. Л. О. Рослова, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, А. С. Трепалин, П. И. Захаров, В. А. Смирнов, И. Р. Высоцкий; под ред. И. В. Яценко.— М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2015. — 463, [1] с. (Серия «ОГЭ (ГИА-9). Банк заданий»)</p> <p>3. Математика. 9 класс. ГИД-2015. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика : учебно-методическое пособие. / Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2016,— 144 с. —(ГИА-9.)</p> <p>4. Государственная итоговая аттестация выпускников 9 классов. Основной государственный экзамен 2015. Математика. Учебное пособие. / А. В. Семенов, А С.</p> | <p>В учебных пособиях реализована главная цель, которую ставили перед собой авторы – Систематизация знаний по математике, алгебре и геометрии с 5 по 9 класс, развитие личности ученика, подготовка его к сдаче ОГЭ и продолжению обучения и к самореализации в современном обществе. В учебных пособиях представлен материал, соответствующий программе и позволяющий учащимся 5-9 классов выстраивать индивидуальные траектории подготовки к сдаче ОГЭ по математике за счет разноуровневой</p> |

| | |
|---|---|
| <p>Трепалин, И. В. Ященко, П. И. Захаров; под ред. И. В. Ященко; Московский Центр непрерывного математического образования. - Москва: Интеллект-Центр, 2016. — 104 с.</p> <p>5. ОГЭ (ГИА-9) 2015. Математика. Основной государственный экзамен. 9 класс. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий / Л. Д. Лаппо, М.А.Попов. — М.: Издательство «Экзамен», 2015. — 79, [11 с. (Серия «ОГЭ (ГИА-9). Практикум»)</p> <p>6. ОГЭ (ГИА-9). Математика. Основной государственный экзамен. Теория вероятностей и элементы статистики / Л. Р. Рязановский, Д. Г. Мухин. — М.: Издательство «Экзамен», 2015. — 47. [1] с. (Серия «ОГЭ(ГИА-9). Практикум») , .</p> <p>7. ОГЭ (ГИА-9) 2015. Математика: сборник заданий / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. — М.: Издательство «Экзамен», 2015. — 157, [31 с. (Серия «ОГЭ (ГИА-9). Сборник заданий»)</p> <p>8. Основной государственный экзамен. 9 класс. Математика. 3 модуля. Тематические тестовые задания Л. Л Лаппо. М А Попов, - -М.; Издательство -«Экзамен». 2015. — 71.(1) с. (Серия "ОГЭ (ГИА-9). Супергенинг»)</p> <p>9. Учебник и Дидактические материалы по геометрии 7 класс к учебнику А.Г. Мерзляка</p> <p>10. Учебник и Дидактические материалы по геометрии 8 класс к учебнику А.Г. Мерзляка</p> <p>11. Учебник и Дидактические материалы по геометрии 9 класс к учебнику А.Г. Мерзляка</p> <p>12. Кузнецова и др. Алгебра. Сборник заданий для подготовки к ГИА в 9кл 2013 г.</p> | <p>системы упражнений, организованной помощи в разделе «Ответы, советы и решения», дополнительного материала: различных практикумов, практических работ и др.</p> |
| <p>Технические средства</p> | |
| <p>Персональный компьютер с принтером Мультимедиапроектор и интерактивная доска Ксерокс Принтер</p> | |
| <p>Учебно-практическое и учебно-лабораторное оборудование</p> | |
| <p>Доска интерактивная Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник (30⁰, 60⁰), угольник (45⁰, 45⁰), циркуль Набор планиметрических фигур</p> | |
| <p>ИНТЕРНЕТ РЕСУРСЫ:</p> | |

- ✓ <http://www.fipi.ru/>
- ✓ <http://www.mathgia.ru/>
- ✓ <http://sdamgia.ru/>

V. ДИАГНОСТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ ТРЕУГОЛЬНИКИ

1°. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



Дано: $AD=CE$, $BD=BE$.

Доказать: $\triangle ABC$ - равнобедренный

Доказательство:
 Рассмотрим $\triangle BDE$ он равнобедренный, так как $BD=BE$.
 Значит $\angle BDE = \angle BED$.
 Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle CBE$, в них: $AD=CE$, $BD=BE$ (по условию).
 $\angle BDA = \angle BEC$ как смежные с $\angle BDE = \angle BED$.

Следовательно $AB = CB$ и $\triangle ABC$ - равнобедренный. Ч.Т.Д.

2°. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

3°. Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D , причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD . Докажите, что $CD \perp EF$.

4°. В равностороннем треугольнике ABC точки M , N , K — середины сторон AB , BC , CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равносторонний.

5°. На стороне AC треугольника ABC отмечены точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что если $BD = BE$, то $AB = BC$

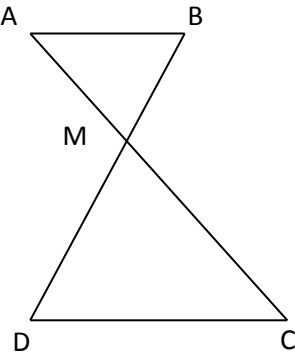
6°. На медиане KF треугольника MKP отмечена точка E . Докажите, что если $EM = EP$, то $KM = KP$.

7°. Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Содержание. Определение подобных треугольников. Признаки подобия треугольников. Теоремы – следствия подобия треугольников.

1°. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$

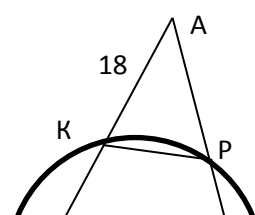


Дано: $AB \parallel CD$, $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.
Найти: MC .

Решение:
Рассмотрим $\triangle AMB$ и $\triangle CMD$, в них $\angle DMC = \angle BMA$ (как вертикальные), $\angle MDC = \angle MBA$ (как накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей DB), значит $\triangle AMB \sim \triangle CMD$ по 1 признаку. Значит $\frac{AB}{DC} = \frac{AM}{MC} = \frac{BM}{MD}$, получим $\frac{14}{42} = \frac{52 - MC}{MC}$, $MC = 39$.

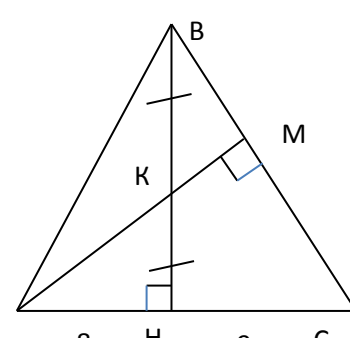
Ответ: 39

2°. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 18$, а сторона AC в 1,2 раза больше стороны BC .



Дано: $AK = 18$, $AC = 1,2 BC$
Найти: KP .

Решение:
Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle APK$, в них $\angle A$ – общий (значит равный), т.к. $\angle AKP$ и $\angle BCP$ смежные, то $\angle AKP = 180^\circ - \angle BCP$, т.к. четырёхугольник $BCKP$ вписанный.



Дано: $\triangle ABC$, BH , AM – высоты, $AH = 8$, $CH = 9$. $BK = KH$
Найти: BH .

Решение:
1) Рассмотрим $\triangle AKH \sim \triangle BKM$ по 1 признаку, в них $\angle M = \angle H = 90^\circ$ т.к. BH и AM – высоты, $\angle AKH = \angle BKM$ (как вертикальные).
2) Рассмотрим $\triangle BCH \sim \triangle BKM$ по 1 признаку, в них $\angle B$ общий, т.к. BH и AM – высоты, то $\angle M = \angle H = 90^\circ$. Получаем, что $\triangle AKH \sim \triangle BCH$. Поэтому $\frac{KH}{HC} = \frac{AH}{BH}$ получим $\frac{KH}{9} = \frac{8}{2KH}$, $KH = 6$. Значит $BH = 12$.

Ответ: 12

4°. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

Дано: $\triangle ABC$, BB_1 , AA_1 , CC_1 – высоты,

Доказать: $\angle AA_1B_1 = \angle ABB_1$.

Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle A_1EB \sim \triangle B_1EA$ по 1 признаку, в них $\angle A_1 = \angle B_1 = 90^\circ$ т.к. BB_1 и AA_1 – высоты, $\angle AEB_1 = \angle BEA_1$ (как вертикальные). Значит $\frac{AE}{BE} = \frac{B_1E}{A_1E}$ и $\frac{AE}{B_1E} = \frac{BE}{A_1E}$.

2) Рассмотрим $\triangle BEA \sim \triangle A_1EB_1$ по 2 признаку, в них $\angle AEB = \angle A_1EB_1$ (вертикальные) и $\frac{AE}{B_1E} = \frac{BE}{A_1E}$. значит углы, лежащие против сходственных сторон равны, то есть $\angle AA_1B_1 = \angle ABB_1$. Ч.Т.Д.

Дано: $MNPQ$ – вписанный четырёхугольник, NQ – биссектриса $\angle PNM$, $PQ=86$, $SQ=43$

Найти: NS .

Решение:

Дано: $ABCD$ – трапеция, $BC = 5$, $AD=20$, $BD=10$

Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle ABD$.

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle CBD$ и $\triangle ABD$, в них: $\angle CBD = \angle BDA$

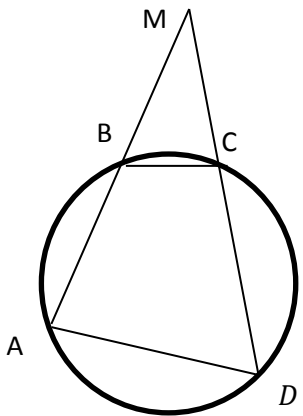
Дано: Окружности с центрами I и J , $IB:BJ=m:n$

Доказать: $d_I : d_J = m:n$

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle IAB$ и $\triangle JCB$, в них: $\angle ABI = \angle CBJ$ (вертикальные), $\angle BAI = \angle BCJ = 90^\circ$ (радиусы, проведенные в точки касания перпендикулярны к касательной), значит $\triangle IAB \sim \triangle JCB$ по 1 признаку, тогда $\frac{BI}{BJ} = \frac{IA}{JC} = \frac{m}{n}$, тогда $\frac{d_I}{d_J} = \frac{2IA}{2JC} = \frac{m}{n}$ Ч.Т.Д.

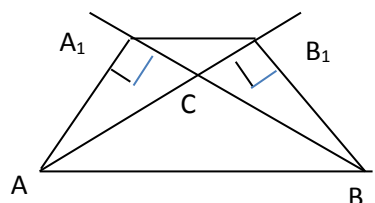
8°. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.



Дано: ABCD – вписанный четырёхугольник, $M = AB \cap CD$,
Доказать: $\triangle MBC \sim \triangle MDA$

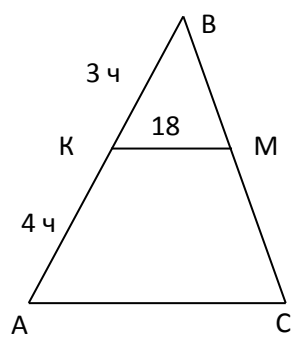
Доказательство:
Рассмотрим $\triangle MBC$ и $\triangle MDA$, в них $\angle M$ – общий (значит равный), т.к. $\angle MBC$ и $\angle ABC$ смежные, то $\angle MBC = 180^\circ - \angle ABC$, т.к. четырёхугольник ABCD вписанный, то $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ и $\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC$, получаем, что $\angle MBC = \angle ADC$, значит $\triangle MBC \sim \triangle MDA$ по 1 признаку. Ч.Т.Д

9°. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA₁ и BB₁. Докажите, что треугольники A₁CB₁ и ACB подобны.



Дано: ABC - треугольник, BB₁ и AA₁ – высоты
 $\angle ACB$ – тупой
Доказать: $\triangle A_1CB_1 \sim \triangle ACB$.

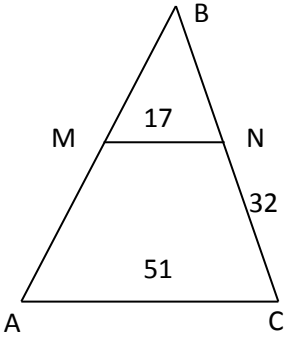
Доказательство:
Рассмотрим $\triangle A_1CA \sim \triangle B_1CB$, по 1 признаку
в них: $\angle CB_1B = \angle CA_1A = 90^\circ$, $\angle B_1CB = \angle A_1CA$ как вертикальные. Значит $\frac{BC}{AC} = \frac{B_1C}{A_1C}$, тогда $\frac{BC}{B_1C} = \frac{AC}{A_1C}$. Значит $\triangle A_1CB_1 \sim \triangle ACB$ по II признаку, т.к. $\angle B_1CA_1 = \angle BCA$ как вертикальные $\frac{BC}{B_1C} = \frac{AC}{A_1C}$ Ч.Т.Д.



Дано: $AC \parallel KM$, $BK:KA = 3:4$, $KM = 18$.
Найти: AC.

Решение: Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle KBM$, в них $\angle B$ – общий (значит равный), $\angle BAC = \angle BKM$ (как соответственные при $AC \parallel KM$ и секущей KA), значит $\triangle ABC \sim \triangle KBM$ по 1 признаку. Поэтому $\frac{AB}{KB} = \frac{AC}{KM} = \frac{BC}{BM}$, получим $\frac{7}{3} = \frac{AC}{18}$, $AC = 42$.
Ответ: 42

11°. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.

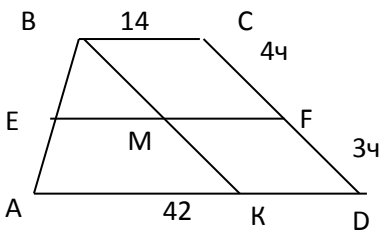


Дано: $AC \parallel MN$, $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$
Найти: BN .

Решение:
 Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle MBN$, в них $\angle B$ – общий (значит равный), $\angle BAC = \angle BMN$ (как соответственные при $AC \parallel MN$ и секущей MA), значит $\triangle ABC \sim \triangle MBN$ по 1 признаку. Поэтому $\frac{AB}{MB} = \frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BN}$,
 получим $\frac{51}{17} = \frac{BN+32}{BN}$,

$BN = 16$. Ответ: 16

12°. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $BC = 14$, $AD = 42$, $CF:FD = 4:3$.



Дано: $ABCD$ - трапеция, $EF \parallel AB$, $BC = 14$, $AD = 42$,
 $CF:FD = 4:3$
Найти: EF .

Решение:
 1) Дополнительное построение $BK \parallel CD$. Получим параллелограммы $BCFM$, $MFDK$ и $BCKD$, значит $KD = 14$, $AK = 28$, $BM:MK = CF:FD = 4:3$.
 2) Рассмотрим $\triangle EBM \sim \triangle ABK$, по 1 признаку, получаем $\frac{EB}{BE} = \frac{AK}{ME} = \frac{BK}{BM}$, тогда $\frac{EM}{28} = \frac{4}{7}$, $EM = 16$.
 3) По основному свойству отрезка $EF = EM + MF = 30$.
 Ответ: 30

Свойство периметров подобных треугольников: отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия. (доказать)

Задача 1. Стороны треугольника относятся как 5:4:7. Найдите стороны подобного ему треугольника, у которого: 1) периметр равен 64 см; 2) меньшая сторона равна 24 см.

Свойство медиан: три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника.

Задача 2. В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $AC = 8$ см, AD - медиана, BE - высота, $BE = 12$ см. Из точки D опущен перпендикуляр DF на сторону AC. Найдите отрезок DF и $\angle ADF$.

Свойство биссектрисы треугольника: биссектриса треугольника делит сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим к ним сторонам. (доказать)

Задача 3. Отрезок BD - биссектриса треугольника ABC, $AB = 28$, $BC = 20$ см, $AC = 36$ см. Найдите отрезки AD и CD.

Свойство пересекающихся хорд: Если AB и CD – хорды окружности пересекающиеся в точке M, то $AM \cdot MB = DM \cdot MC$. (доказать)

Задача 4. Хорды MK и NP окружности пересекаются в точке F, $MF = 9$ см, $KF = 12$ см, а отрезок NF в 3 раза длиннее отрезка PF. Найдите хорду NP.

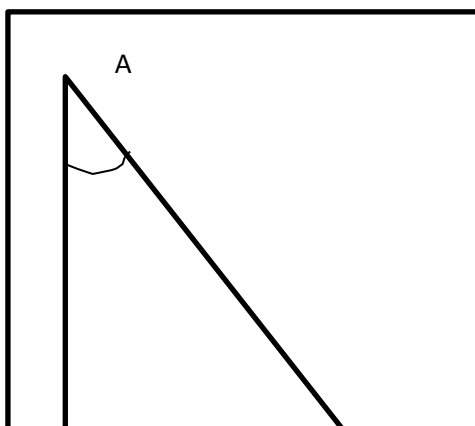
Свойство касательной и секущей. Если через точку A к окружности проведены касательная AM (M — точка касания) и прямая (секущая), пересекающая окружность в точках B и C, то $AM^2 = AC \cdot AB$. (доказать)

Задача 5. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите диаметр окружности, если $AB = 9$, $AC = 12$.

Задача 6. Точка E делит хорду CD окружности на отрезки длиной 15 см и 16 см. Найдите радиус окружности, если расстояние от точки E до центра окружности равно 4 см

МЕТРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

1. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, делит его на два прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному



$\triangle ABC \sim \triangle ACH \sim \triangle CBH$ (по I признаку). Значит 1) $\frac{AH}{CH} = \frac{CH}{HB}$, получаем $CH^2 = AH \cdot HB$

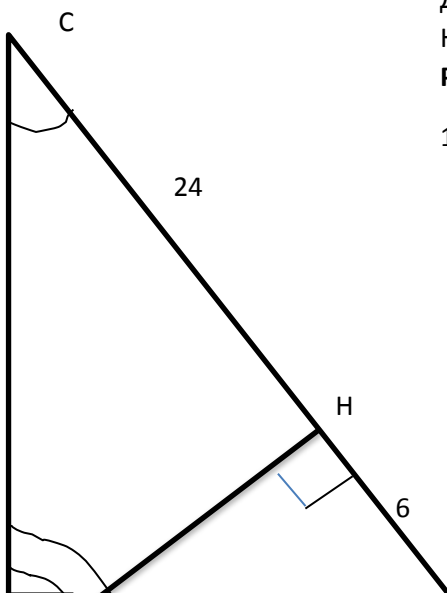
В прямоугольном треугольнике квадрат высоты, проведенной к гипотенузе равен произведению проекций катетов на гипотенузу. (отрезков на которые она разбивает гипотенузу)

2) $\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{AC}$, получаем $AC^2 = AH \cdot AB$

Квадрат катета равен произведению

1°. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC .

Найдите AB , если $AH = 6$ $AC = 24$



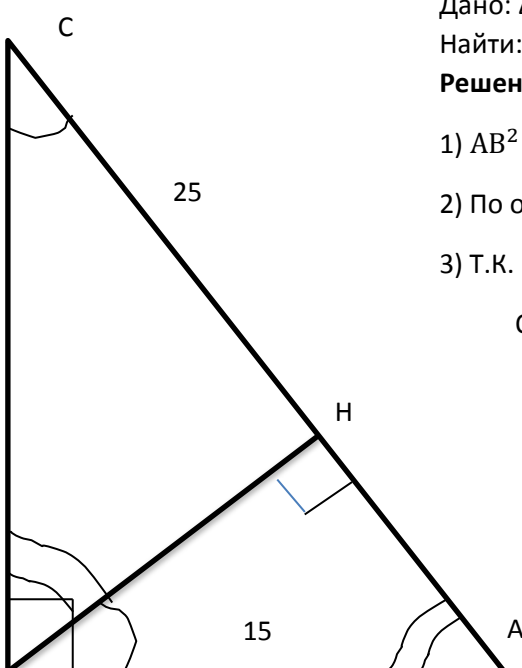
Дано: $\triangle ABC$ прямоугольный, $\angle B = 90^\circ$, $AC = 24$, $AH = 18$

Найти: AB .

Решение:

1) Т.к. $AB^2 = AH \cdot AC$, то $AB = 12$

Ответ: 12



Дано: $\triangle ABC$ прямоугольный, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 24$, $AC = 25$

Найти: BH .

Решение:

1) $AB^2 = AH \cdot AC$, то $AH = 9$

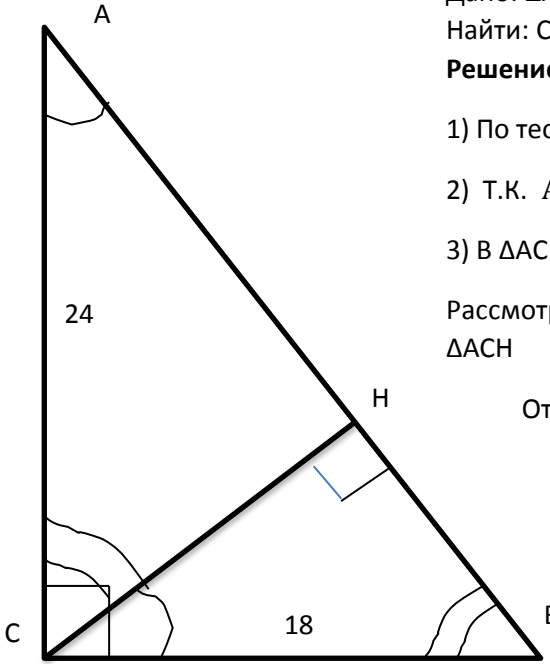
2) По основному свойству отрезка $AC = AH + CH$, $CH = 16$

3) Т.к. $BH^2 = AH \cdot HC$, то $BH = 12$

Ответ: 12

ай-

3°. Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.



Дано: $\triangle ABC$ прямоугольный, $\angle B = 90^\circ$, $AC = 24$, $BC = 18$
 Найти: CH .

Решение:

- 1) По теореме Пифагора $AB = 30$
- 2) Т.к. $AC^2 = AH \cdot AB$, то $AH = 19,2$
- 3) В $\triangle ACH$ по теореме Пифагора $CH = 14,4$

Рассмотреть также II способ решения через $\sin \angle A$ в $\triangle ABC$ и $\triangle ACH$

Ответ: 14,4

ТЕОРЕМА СИНУСОВ И ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

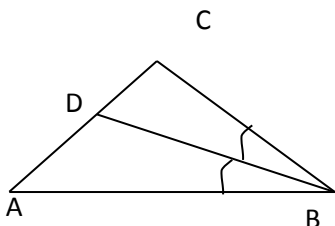
Лемма. Хорда окружности равна произведению диаметра и синуса любого вписанного угла, опирающегося на эту хорду.

Теорема синусов. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Следствие из теоремы синусов. Радиус окружности, описанной около треугольника, можно вычислить по формуле $\frac{a}{2 \sin \alpha} = R$ где a — сторона треугольника, α — противолежащий ей угол.

Задача 1. Отрезок BD — биссектриса треугольника ABC , $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 105^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если радиус окружности, описанной около треугольника BDC равен $8\sqrt{6}$ см.



Дано: ABC - треугольник, BD - биссектриса $\angle C = 105^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $R_{BDC} = 8\sqrt{6}$
 Найти: R_{ABC}

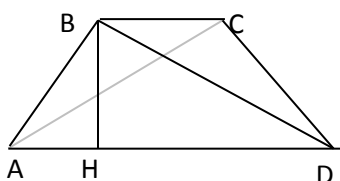
Решение:

В $\triangle BDC$: $\angle C = 105^\circ$, $\angle DBC = \frac{1}{2} \angle B = 15^\circ$ (т.к. BD - биссектриса $\angle B$), значит $\angle CDB = 60^\circ$. По следствию из теоремы синусов $R_{BDC} = \frac{CB}{2 \sin \angle CDB} = 8\sqrt{6}$, значит $CB = 24\sqrt{2}$.

Рассмотрим $\triangle ABC$, в нём: $\angle C = 105^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, значит $\angle A = 45^\circ$. По следствию из теоремы синусов $R_{ABC} = \frac{CB}{2 \sin \angle CAB} = 24$ (см)

Ответ: 24 см.

Задача 2. Основания равнобокой трапеции равны 9 см и 21 см, а высота — 8 см. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.



Дано: ABCD – равнобедренная трапеция, AD=21,
BC=9, BH=8-высота
Найти: R_{ABCD} .

Решение:

трапеция равнобедренная и BH-высота то AH = 6.

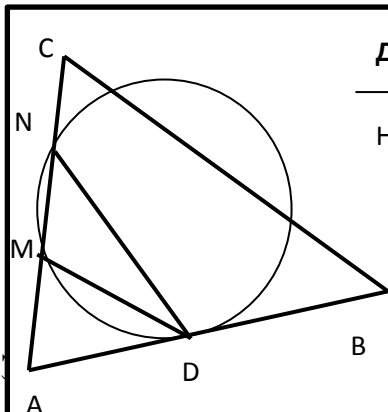
Из $\triangle ABH$ и $\triangle DBH$ по теореме Пифагора $AB = 10$, $BD = 17$. $\sin \angle BAH = 0,8$

Трапеция по условию равнобедренная. В ней можно выделить два равных треугольника ABD и ACD, сторонами которых являются:

диагональ, боковая сторона, большее основание. Центры описанных окружностей, которых совпадают и являются центром описанной окружности для равнобедренной трапеции. По следствию из т. Синусов $R_{ABCD} = 10,625$.

Теорема косинусов. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон и косинуса угла между ними.

Задача 3. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$



Дано: $M, N \in AC$, $AM=9$, $AN=11$, $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$

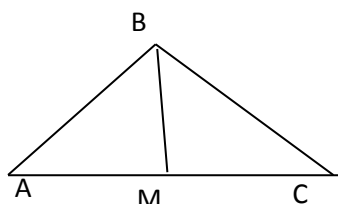
Найти: R_{MND} .

Решение:

По теореме о касательной и хорде $AD^2 = AM \cdot AN$,

$AD = 3\sqrt{11}$. По теореме косинусов

$ND^2 = AN^2 + AD^2 - 2AN \cdot AD$, $ND = 3\sqrt{11}$. Значит $\triangle AND$ – равнобедренный и $\cos \angle AND = \frac{\sqrt{11}}{6}$



Дано: ABC - треугольник, BM – медиана

$AB=2$, $BC=3$, $AC=\sqrt{10}$

Найти: BM

Решение:

С помощью теоремы косинусов найдём $\cos \angle C$

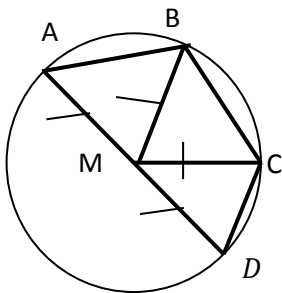
$$\cos \angle C = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC} = \frac{5}{2\sqrt{10}}$$

В $\triangle BMC$ по теореме косинусов $BM^2 = BC^2 + MC^2 - 2BC \cdot MC \cdot \cos \angle C$, $BM=2$

Ответ: 2 см.

ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

1*. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 8$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 129° и 96° .

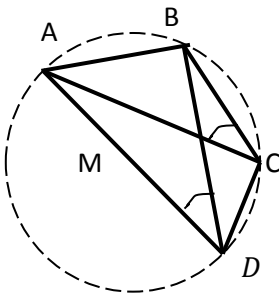


Дано: M – середина AD , $MB=MC=MA=MD$, $BC=8$, $\angle B=129^\circ$, $\angle C=96^\circ$

Найти: AD .

Решение:
 Рассмотрим четырёхугольник $ABCD$, он вписанный, так как M равноудалена от его вершин и является серединой стороны AD .
 Значит $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ и $\angle ADC = 51^\circ$, получаем, что $\angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 45^\circ$, значит $\triangle MBC$ прямоугольный равнобедренный. Т.к. $BC = 8$, то $MB = 4\sqrt{2}$. Тогда $AD=8\sqrt{2}$.
 Ответ: $8\sqrt{2}$

2°. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

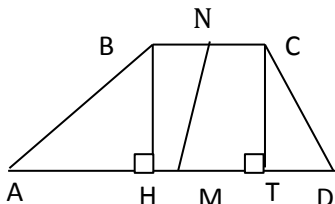


Дано: $ABCD$ – выпуклый четырёхугольник, $\angle ADB = \angle ACB$

Доказать: $\angle ABD = \angle ACD$.

Доказательство:
 Рассмотрим четырёхугольник $ABCD$, он выпуклый и в нём $\angle ADB = \angle ACB$, то около него можно описать окружность. Значит $\angle ABD = \angle ACD$ вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AD . Ч.Т.Д.

1°. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.



Дано: $ABCD$ – трапеция, M, N – середины оснований

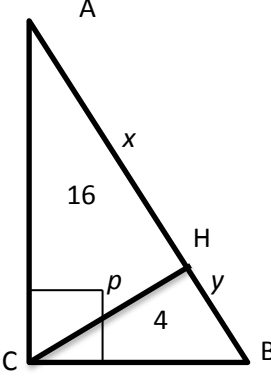
Доказать: $S_{ABNM} = S_{CDMN}$

Доказательство: $S_{ABNM} = \frac{1}{2}(BN \cdot AM) \cdot BH =$
 $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AD \right) \cdot BH = \frac{1}{4}(BC + AD) \cdot BH = \frac{1}{2}S_{ABCD}$

$S_{DCNM} = \frac{1}{2}(CN \cdot DM) \cdot CT = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AD \right) \cdot BH = \frac{1}{4}(BC + AD) \cdot BH = \frac{1}{2}S_{ABCD}$

Значит $S_{ABNM} = S_{CDMN}$ Ч.Т.Д.

2*. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, разбивает его на два треугольника с площадями 4 и 16. Найдите длину гипотенузы.



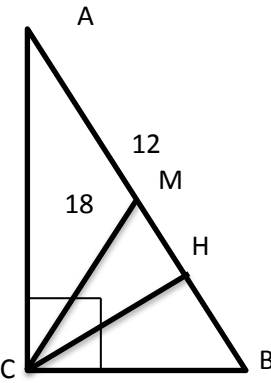
Дано: $\triangle ABC$ прямоугольный, $\angle C=90$, CH – высота. $S_{ACH}= 16$, $S_{BCH}= 4$

Найти: AB .

Решение: 1) Пусть $AH = x$, $BH = y$, $CH = p$, получим

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xp = 16 \\ \frac{1}{2}yp = 4 \\ p^2 = xy \end{cases}; \begin{cases} xp = 32 \\ yp = 8 \\ p^2 = xy \end{cases}; \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \\ p = 4 \end{cases}; AB = 10$$

3*. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 12, а площадь равна 18.



Дано: $\triangle ABC$ прямоугольный, $\angle C=90$, $S_{ACH}= 16$, $S_{BAC}= 18$, $AB=12$

Найти: $\angle A$, $\angle B$.

Решение: Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника проведём медиану CM и высоту CH . Тогда $AM=CM=BM=6$. $CH = \frac{2S}{AB} = 3$. В прямоугольном треугольнике $\triangle CMH$ катет равен половине гипотенузы поэтому $\angle CMH=30^\circ$. $\triangle CMB$ – равнобедренный ($CM=MB$) Значит $\angle B= 75^\circ$, тогда $\angle A=15^\circ$.

Ответ: 75° и 15° .

4°. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.

5°. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

6°. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

7°. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ "СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 9",**
Галицкая Татьяна Александровна, Директор

09.04.26 11:05 (MSK)

Сертификат 00D5379D98F4D7B1302AC68A8CC1BECB7B